

**UČNI NAČRT PREDMETA / COURSE SYLLABUS**

**Predmet:** Izbrana poglavja iz matematične optimizacije  
**Course title:** Selected topics in mathematical optimization

| Študijski program in stopnja<br>Study programme and level          | Študijska smer<br>Study field   | Letnik<br>Academic year | Semester<br>Semester |
|--|---------------------------------|-------------------------|----------------------|
| Informacijske znanosti, doktorski študijski program tretje stopnje | Matematika kompleksnih omrežij  | Drugi                   | Tretji ali četrti    |
| Information sciences, third cycle Doctoral Study Programme         | Mathematics of complex networks | Second                  | Third or fourth      |

**Vrsta predmeta / Course type**

Izbirni / Elective

**Univerzitetna koda predmeta / University course code:**

1-IZ-DR-MKO-IP-IPMO-2024-04-24

| Predavanja<br>Lectures | Seminar<br>Seminar | Vaje<br>Tutorial | Klinične vaje<br>work | Druge oblike študija | Samost. delo<br>Individ. work | ECTS |
|------------------------|--------------------|------------------|-----------------------|----------------------|-------------------------------|------|
| 40                     | /                  | /                | /                     | /                    | 260                           | 10   |

**Nosilec predmeta / Lecturer:** Prof. dr. Janez Povh

**Jeziki /**

**Languages:**

**Predavanja /**

**Lectures:**

**Vaje / Tutorial:**

Slovenski / Slovenian, Angleški / English

/

**Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:**

- Znanje linearne algebre: matrike, norme, lastne vrednosti, lastni vektorji, skalarni produkti.
- Znanje iz analize realnih funkcij več spremenljivk: gradient, Hessova matrika, smerni odvodi, Taylorjeva aproksimacija funkcij več spremenljivk.
- Znanje o temeljnih podatkovnih modelih: regresija, klasifikacija, razvrščanje v skupine.

**Prerequisites:**

- Knowledge of linear algebra: matrices, norms, eigenvalues, eigenvectors, scalar products.
- Analysis of real multivariate functions: gradient, Hessian matrix, directional derivatives, Taylor approximation of multivariable functions.
- knowledge of basic data models: regression, classification, clustering.

**Vsebina:**

**Content (Syllabus outline):**

- Konveksna analiza: konveksne množice, konveksne funkcije, lokalni in globalni ekstremi.
- Konveksni optimizacijski problemi: linearno, kvadratično, semidefinitno programiranje, pogoji optimalnosti, dualna teorija, primeri.
- Reševanje konveksnih optimizacijskih problemov z gradientno metodo: najstrmejši spust, linijsko iskanje, pogojna gradientna metoda, pospešena gradientna metoda, konjugiran gradient.
- Reševanje konveksnih optimizacijskih problemov z Newtonovo in kvazi-Newtonovo metodo.
- Uporaba orodij matematične optimizacije za reševanje naslednjih problemov kompleksnih omrežij:
  - problem maksimalnega prereza omrežja,
  - problem najkrajših poti v omrežjih,
  - problem iskanja homogenih skupin v omrežjih,
  - problem barvanja omrežij,
  - problem nenegativne matrične faktorizacije: definicija, reševanje, uporaba pri problemu razvrščanja v skupine in pri problemu napovedovanja povezav v omrežjih,
  - problem dopolnjevanja matrik,
  - problem izračuna (redkih) glavnih komponent.

- Convex analysis: convex sets, convex functions, local and global extremes.
- Convex optimization problems: linear, quadratic, semidefinite programming, optimality conditions, dual theory, examples.
- Solving convex optimization problems with gradient descent method: steepest descent, line search, conditional gradient method, accelerated gradient method, conjugate-gradient.
- Solving convex optimization problems with Newton and quasi-Newton method.
- Usage of mathematical optimisation tools to solve the following data science problems:
  - The maximum cut problem on networks,
  - The problem of shortest paths in networks,
  - The clustering problem in networks,
  - Graph/Network coloring problem,
  - non-negative matrix factorization problem: definition, solution, application to clustering,
  - matrix completion problem,
  - problem of calculating (sparse) principal components.

### Temeljni literatura in viri / Readings:

- Mahoney, M. W., Duchi, J. C., & Gilbert, A. C. (Eds.). (2018). *The Mathematics of Data*, 25. American Mathematical Soc.
- Snyman, J. A., & Wilke, D. N. (2018). *Practical Mathematical Optimization: Basic Optimization Theory and Gradient-Based Algorithms*. Germany: Springer International Publishing.
- Calafiore, G. C., & El Ghaoui, L. (2019). *Optimization models*. Cambridge university press.
- Hrga, T., & Povh, J (2022). *Izbrana poglavja iz optimizacije*, v pripravi

### Cilji in kompetence:

Učna enota prispeva k razvoju naslednjih splošnih kompetenc:

- Prizadevanje za kakovost znanstveno-raziskovalnega dela skozi avtonomnost, (samo)kritičnost, (samo)refleksivnost in (samo)evalviranje.

### Objectives and competences:

The instructional unit contributes to the development of the following general competences:

- Striving for quality in scientific research through autonomy, (self-)criticism, (self)reflexivity and (self-)evaluation.

- Ustvarjanje novega znanja, ki pomeni relevanten prispevek k razvoju znanosti.
- Sposobnost identificiranja danega raziskovalnega problema, njegove analize, ovrednotenja ter oblikovanja možnih rešitev.
- Zavezanost profesionalni etiki.

*in predmetno specifičnih kompetenc:*

- Analiza vsebin iz matematične optimizacije.
- Sposobnost reševanja optimizacijskih problemov.
- Sposobnost uporabe orodij matematične optimizacije za reševanje na področju podatkovnih znanosti.

- Ability to create new knowledge, which represents a contribution to science.
- Ability to identify a given research problem, analyse it, evaluate it and formulate possible solutions.
- Commitment to professional ethics.

*and subject-specific competences:*

- Analysis of topics of mathematical optimization.
- Ability to solve optimization problems.
- Ability to use mathematical optimisation tools to solve problems in data science.

### **Predvideni študijski rezultati:**

Znanje in razumevanje:

*Študent/študentka:*

- analizira izbrane metode matematične optimizacije,
- spozna konveksne optimizacijske probleme ter različne načine njihovega reševanja,
- ima jasnejšo sliko o tem, na kakšen način mu lahko matematična optimizacija služi pri pripravi svojega doktorskega dela.

### **Intended learning outcomes:**

Knowledge and understanding:

*The student:*

- analyses the selected methods of mathematical optimisation,
- becomes familiar with the convex optimisation problems and different ways of solving them,
- has a clearer picture of how mathematical optimisation can serve them in the preparation of their PhD thesis.

### **Metode poučevanja in učenja:**

- *predavanja* z aktivno udeležbo študentov (razlaga, diskusija, vprašanja, primeri, reševanje problemov, predstavitve)
- *individualne in skupinske konzultacije* (diskusija, dodatna razlaga, obravnava specifičnih vprašanj)

### **Learning and teaching methods:**

- *lectures* (explanation with discussions, questions, case-studies, presentations)
- *individual and group consultations* (debate, additional explanations, considering specific issues)

### **Načini ocenjevanja:**

Način (pisni izpit, ustno izpraševanje, naloge, projekt):

- projektna raziskovalna naloga
- ustni izpit

Delež (v %) /

Weight (in %)

### **Assessment:**

Type (examination, oral, coursework, project):

- project research work
- oral exam

### **Reference nosilca / Lecturer's references:**

- Gusmeroli, N., Hrga, T., Lužar, B., Povh, J., Siebenhofer, M., & Wiegele, A. (2022). BiqBin: a parallel branch-and-bound solver for binary quadratic problems with linear constraints. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 48(2), 1–31.

- Hrga, T., & Povh, J. (2021). MADAM: a parallel exact solver for max-cut based on semidefinite programming and ADMM. *Computational Optimization and Applications*, 80(2), 347–375.
- Hribar, R., Hrga, T., Papa, G., Petelin, G., Povh, J., Pržulj, N., & Vukašinović, V. (2022). Four algorithms to solve symmetric multi-type non-negative matrix tri-factorization problem. *Journal of Global Optimization*, 82(2), 283–312.
- Asadi, S., & Povh, J. (2021). A block coordinate descent-based projected gradient algorithm for orthogonal non-negative matrix factorization. *Mathematics*, 9(5), 540.
- Malod-Dognin, N., Petschnigg, J., Windels, S. F., Povh, J., Hemingway, H., Ketteler, R., & Pržulj, N. (2019). Towards a data-integrated cell. *Nature communications*, 10(1), 805.